

3.10 Exercícios

3.1 Sobre as Linguagens Livres do Contexto:

- Qual a importância do seu estudo?
- Exemplifique suas aplicações (para os formalismos de autômato e gramática);
- Faça um quadro comparativo com as Linguagens Regulares, destacando as principais características, semelhanças e diferenças.

3.2 Desenvolva Gramáticas Livres do Contexto que gerem as seguintes linguagens:

- $L_1 = \emptyset$
- $L_2 = \{\epsilon\}$
- $L_3 = \{a, b\}^*$
- $L_4 = \{w \mid w \text{ é palíndromo em } \{a, b\}^*\}$, onde palíndromo significa que $w = w^r$
- $L_5 = \{ww^r \mid w \text{ é palavra de } \{a, b\}^*\}$. Qual a diferença entre as linguagens L_4 e L_5 ?
- $L_6 = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k \text{ e } i, j, k \geq 0\}$
- $L_7 = \{w \mid w \text{ é palavra de } \{x, y, (\cdot)\}^* \text{ com parênteses balanceados}\}$
- $L_8 = \{w \mid w \text{ é Expressão Regular sobre o alfabeto } \{x\}\}$

3.3 Desenvolva Autômatos com Pilha que reconheçam as seguintes linguagens:

- $L_1 = \emptyset$
- $L_2 = \{\epsilon\}$
- $L_3 = \{a, b\}^*$
- $L_4 = \{w \mid w \text{ é palíndromo em } \{a, b\}^*\}$
- $L_8 = \{w \mid w \text{ é Expressão Regular sobre o alfabeto } \{x\}\}$
- $L_9 = \{ua^n va^n w \mid n \in \{1, 2\}, u, v, w \text{ são palavras de } \{a, b\}^* \text{ e } |u| = |v| = 5\}$

3.4 Construa uma Gramática Livre do Contexto e um Autômato com Pilha que representem a seguinte linguagem de programação:

- os comandos podem ser como segue:

simples,
composto,
enquanto-faça,
repita-até;

- comando simples:
qualquer palavra de $\{a, b\}^*$;
- comando composto:
i (início),
seguido de um ou mais comandos separados por ";",
seguidos de t (término);
- comando enquanto-faça:
e (enquanto),
seguido de uma expressão,
seguida de f (faça),
seguida de um comando;
- comando repita-até:
r (repita),
seguido de um comando,
seguido de a (até),
seguida de uma expressão;
- expressão: como definida na linguagem L_7 no Exercício 3.2,
excetuando-se a palavra vazia.

3.5 Considere a seguinte gramática:

$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$, onde:
 $P = \{S \rightarrow SS \mid aSa \mid bSb \mid \varepsilon\}$

- a) Qual a linguagem gerada?
- b) A gramática é ambígua?
- c) Para a palavra aabbaaaa:
 - construa uma árvore de derivação;
 - para a árvore construída, determine as derivações mais à esquerda e a mais à direita.

3.6 No Exemplo 5, foi afirmado que a gramática abaixo é ambígua:

$G_2 = (\{E\}, \{+, *, [,], x\}, P_2, E)$, onde:
 $P_2 = \{E \rightarrow E+E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$

Construa uma gramática não-ambígua equivalente.

Sugestão: faça uma pesquisa bibliográfica e verifique como são definidas, usando gramáticas, expressões em algumas linguagens de programação

reais. A definição de uma "expressão simples" na linguagem Pascal é um bom exemplo.

3.7 Para qualquer Linguagem Livre do Contexto é possível garantir que existe um Autômato com Pilha que aceita a linguagem e que sempre pára para qualquer entrada? Por quê?

3.8 Demonstre que se L é uma Linguagem Livre do Contexto, então L^* também é Livre do Contexto.

3.9 Demonstre que o Autômato com Pilha sem usar a estrutura de pilha para armazenar informações do processamento possui o mesmo poder computacional do Autômato Finito.

3.10 Estenda a função programa do Autômato com Pilha usando como argumento um estado e uma palavra, de forma similar à realizada para os Autômatos Finitos.

3.11 Considere a seguinte gramática:

$G = (\{S, X, Y, Z, A, B\}, \{a, b, u, v\}, P, S)$, onde:

$P = \{ S \rightarrow XYZ,$
 $X \rightarrow AXA \mid BXB \mid Z \mid \epsilon,$
 $Y \rightarrow AYB \mid BYA \mid Z \mid \epsilon,$
 $A \rightarrow a, B \rightarrow b$
 $Z \rightarrow Zu \mid Zv \mid \epsilon \}$

- Qual a linguagem gerada?
- Simplifique a gramática.

3.12 Sobre os algoritmos de simplificação de Gramáticas Livres do Contexto:

- por que, no algoritmo referente ao tratamento dos símbolos inúteis, se a etapa *qualquer símbolo é atingível a partir do símbolo inicial* for executada antes da etapa *qualquer variável gera palavra de terminais*, o resultado pode não ser o esperado?
- por que a execução combinada dos algoritmos de simplificação (produções vazias, produções da forma $A \rightarrow B$ e símbolos inúteis) não deve ser realizada em qualquer ordem?

3.13 Para as gramáticas abaixo, construa as gramáticas equivalentes na Forma Normal de Chomsky e na de Greibach:

- $L8 = \{w \mid w \text{ é Expressão Regular sobre o alfabeto } \{x\}\}$ introduzida no Exercício 3.3.
- Gramática construída para a linguagem de programação do Exercício 3.4;

c) Faça um comparativo das gramáticas originais com as correspondentes na Forma Normal de Chomsky e na Forma Normal de Greibach.

3.14 Explique intuitivamente por que e prove que as seguintes linguagens não são Livres do Contexto:

a) $L_{10} = \{ww \mid w \text{ é palavra de } \{a, b\}^*\}$

b) $L_{11} = \{a^n b^n a^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \text{ e } n \neq m\}$

3.15 Demonstre que a Classe das Linguagens Livres do Contexto é fechada para as seguintes operações:

a) União, usando o formalismo de gramática;

b) Concatenação, usando o formalismo de autômato.

3.16 As linguagens geradas pelas gramáticas cujas produções estão representadas abaixo são vazias, finitas ou infinitas?

a)

$S \rightarrow AB \mid CA$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow BC$

$C \rightarrow AB \mid \varepsilon$

b)

$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid X$

$X \rightarrow SS$

3.17 Por que os algoritmos de reconhecimento baseados em Autômatos com Pilha são tão ineficientes em termos de tempo de processamento?

3.18 No algoritmo de reconhecimento Autômato com Pilha Descendente, qual a consequência se a gramática usada tiver recursão à esquerda?

3.19 Para as gramáticas da linguagem $L8 = \{w \mid w \text{ é Expressão Regular sobre o alfabeto } \{x\}\}$ construídas no Exercício 3.13, faça o reconhecimento da entrada $(x+x)^*$ para cada um dos seguintes algoritmos de reconhecimento:

a) Autômato com Pilha a partir da gramática na Forma Normal de Greibach;

b) Autômato com Pilha Descendente;

c) Cocke-Younger-Kasami (CYK);

d) Early.