execute as operações apresentadas na Tabela 2.4.

2.5 Uso de `Scilab` na Solução de Sistemas Lineares: Métodos Diretos

Considere o sistema $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, associado à matriz $\mathbf{A}$ e ao vetor $\mathbf{b}$, definidos como segue:

```
--> A = [ 3 -2 2; 1 1 1; 2 1 -1 ];

--> b = [ -3 -4 -3 ]'
```

Apresentamos a seguir algumas funções definidas no `Scilab` relacionados à Solução de Sistemas Lineares – Métodos Diretos. Mais informações podem ser obtidas pelo recurso `help` seguido da função de interesse (por exemplo, `help lu` mostra detalhes sobre o cálculo da decomposição LU de uma matriz quadrada).

Para resolver o sistema acima, temos algumas maneiras:

1. Usando o operador $\backslash$: Este operador é interno ao `Scilab` e funciona de forma muito simples:

   ```
   --> x = A \ b   // Calcula a solucao do sistema Ax = b (se existir!).
   ```

2. Outra forma é usando a Decomposição LU. Para obter a decomposição $\mathbf{A} = LU$, e resolver o sistema a partir dela use:

   ```
   -->[ L, U ] = lu(A)
   --> y = L \ b
   --> x = U \ y
   ```

   Note que o `Scilab` não confundiu `U` com `u`, o que indica que o programa é *sensível ao caso* (maiúsculas e minúsculas). Repare também na forma como o `Scilab` retornou **dois** argumentos (L e U) da função, o que é uma característica incomum em linguagens de programação, porém corriqueira em linguagem numérica, como o `Scilab`. Também poderíamos ter feito a operação de forma direta:

   ```
   --> x = U \ ( L \ b )
   ```

   Ou ainda:

   ```
   --> [ L, U, P ] = lu(A)      // Calcula a decomposicao LU de A
   ```

   Neste caso P é a matriz de permutação do pivoteamento usado no cálculo dos fatores L e U. A matriz P multiplicada por $\mathbf{A}$ tem o efeito das trocas de linhas efetuadas quando o pivoteamento é realizado.

3. Cálculo da função inversa da matriz $\mathbf{A}$: Um Sistema Linear tem solução única se a matriz $\mathbf{A}$ for inversível. Uma maneira de testar esta condição é usando a função `inv(.)` do `Scilab`:

   ```
   --> IA = inv(A)
   --> IA * A
   --> x = IA * b
   ```

4. Uma outra função do `Scilab` interessante é a que calcula o valor do determinante de uma matriz (`det(.)`):

   ```
   -->d = det(A)
   ```

   Pergunta: Qual a relação existente entre $\det(\mathbf{A})$ e $\det(\mathbf{U})$?

2.6 Exercícios

1. Digite as seguintes matrizes no ambiente `Scilab`:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

   (a) Mostre somente a segunda coluna de $\mathbf{A}$;

   (b) Mostre o elemento $(3,2)$ de $\mathbf{A}$;

   (c) Mostre somente a terceira coluna de $\mathbf{B}$;

   (d) Mostre as duas primeiras colunas de $\mathbf{B}$;

   (e) Mostre as duas últimas linhas de $\mathbf{A}$;

2. Considere as matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e o vetor $\mathbf{C}$ do exercício anterior. Defina uma nova matriz $\mathbf{D}$ com o mesmo conteúdo de $\mathbf{A}$. Faça a mudança ou execute a operação - solicitada:

   (a) Atribua ao elemento $(1,1)$ de $\mathbf{D}$ o valor 12;

   (b) Atribua ao elemento $(3,2)$ de $\mathbf{D}$ o valor -8;

   (c) Execute o comando $\mathbf{E} = [\mathbf{D}\ \mathbf{C}]$. Descreva o conteúdo de $\mathbf{E}$ em termos de $\mathbf{D}$ e $\mathbf{C}$;

   (d) Execute o comando $\mathbf{F} = [\mathbf{D}\ \mathbf{B}]$. Descreva o conteúdo de $\mathbf{F}$ em termos de $\mathbf{D}$ e $\mathbf{B}$;

   (e) Execute o comando $\mathbf{G} = [\mathbf{E};\ \mathbf{B}]$. Descreva o conteúdo de $\mathbf{G}$ em termos de $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$;

3. Para criar um vetor coluna no `Scilab` digita-se da seguinte maneira: `[1; 2; 3]`. Execute os comandos abaixo no `Scilab`:

   (a) Construa um vetor coluna $\mathbf{c1}$ com elementos: $0, -1, 3, 5$;

   (b) Construa um vetor coluna $\mathbf{c2}$ com elementos: $4, -2, 0, 7$;

   (c) Construa uma matriz $\mathbf{H}$ cujas colunas são $\mathbf{c1}$ e $\mathbf{c2}$ sem repetir a entrada dos elementos;

   (d) Construa uma matriz $\mathbf{K}$ onde as duas primeiras colunas são compostas pelos elementos de $\mathbf{c1}$ e a terceira coluna com elementos de $\mathbf{c2}$. Novamente, execute o solicitado sem repetir a entrada de dados.

4. Para criar um vetor linha fazemos: `[1 2 3]`. Execute no `Scilab` os comandos abaixo:

   (a) Construa um vetor linha $\mathbf{r1}$ com elementos $2, -1, 5$.

   (b) Construa um vetor linha $\mathbf{r2}$ com elementos $7, 9, -3$.

   (c) Construa uma matriz $\mathbf{M}$ cujas linhas são $\mathbf{r1}$ e $\mathbf{r2}$ sem repetir a entrada de dados feita anteiormente.

   (d) Descreva o resultado de: $3 \cdot \mathbf{r1}$.

   (e) Descreva o resultado de: $\mathbf{r1} + \mathbf{r2}$.

   (f) Descreva o resultado de: $[\mathbf{r1}; \mathbf{r1} - \mathbf{r2}; \mathbf{r2}]$.

5. Responda às questões seguintes considerando a matriz abaixo.

$$c = \begin{bmatrix} 1.1 & -3.2 & 3.4 & 0.6 \\ 0.6 & 1.1 & -0.6 & 3.1 \\ 1.3 & 0.6 & 5.5 & 0.0 \end{bmatrix}$$

   (a) Qual o tamanho de c ?

   (b) Qual o valor de $(2,3)$?

   (c) Apresente todos os índices cujo valor seja 0.6.

6. Determine o tamanho das seguintes matrizes. Verifique suas respostas criando as matrizes no `Scilab`.

   (a) `u = [10 20*(%i) 10+20];`

   (b) `v = [-1; 20; 3];`

   (c) `w = [1 0 -9; 2 -2 1; 1 2 3];`

   (d) `x = [u' v];`

   (e) `y(3,3) = -7;`

   (f) `z = [zeros(4,1) ones(4,1) zeros(1,4)'];`

   (g) `v(4) = x(2,1);`

7. Qual o valor de `w(2,1)` ?

8. Qual o valor de `x(2,1)` ?

9. Qual o valor de `y(2,1)` ?

10. Qual o valor de `v(3)` após a execução da expressão (g)?

11. Considere a matriz do exercício (5). Determine o conteúdo das seguintes submatrizes:

    (a) `c(2,:)`

    (b) `c(6)`

    (c) `c(1:2, 2:4)`

    (d) `c([1,3],2)`

    (e) `c([2 2], [3 3])`

(f) `c([2 2 2], [3 3 3])`

(g) `c([1 2 2], [3 3])`

12. Determine o conteúdo da matriz `a` após a execução das seguintes declarações:

(a)
```
a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
a([3 1], :)  = a([1 3],:);
```

(b)
```
a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
a([1 3], :)  = a([2 2],:);
```

(c)
```
a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
a([2 2],:);
```

13. Determine o conteúdo da matriz `a` após a execução das seguintes declarações:

(a)
```
a = eye(3,3);
b = [1 2 3];
a(2,:)  = b;
```

(b)
```
a = eye(3,3);
b = [4 5 6];
a(:,3) = b';
```

(c)
```
a = eye(3,3);
b = [7 8 9];
a(3,:)  = b([3 1 2]);
```

14. Resolva o seguinte sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, onde:

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}, \quad b_i = \frac{1}{i}, \quad i,j = 1:n$$

use $n = 5, 10$ e 15. Você pode explicar os resultados? Observe que a solução exata é $(1,0,0,\ldots,0)^t$

15. Duas quantias de dinheiro x_1 e x_2 somam $\$600,00$. A quantia x_1 é o dobro de x_2. Resolva o sistema usando a função $\mathbf{LU}$ do `Scilab`.

16. São investidos $\$8000,00$. Parte a 6% de taxa de juros e parte a 11% de taxa de juros. Quanto deveria ser investido em cada modalidade se um total de 9% é desejado ? Resolva o sistema usando a função $\mathbf{LU}$ do `Scilab`.

Resposta: $x_1 = \$3200,00$ para 6% e $x_2 = \$4800,00$ para 9%.

17. Encontre a, b e c tais que o gráfico do círculo com equação $x^2 + y^2 + ax + bx + c = 0$ passe pelos pontos $(1,5)$, $(4,4)$ e (3.1). Resolva o sistema usando a função $\mathbf{LU}$ do `Scilab`.

Resposta: $a = -4$, $b = -6$ e $c = 5$.

18. A quantia de $\$16500,00$ foi investida em três contas, resultando um lucro anual de 5%, 8% e 10%, respectivamente. A quantia investida a 5% era igual á quantia investida a 8% mais o dobro da quantia investida a 10%. Quanto foi investido em cada conta se o total dos juros sobre o investimento foi de $\$1085,00$? Resolva o sistema usando a função $\mathbf{LU}$ do `Scilab`.

Resposta: $\$9500,00$ a 5%, $\$4500,00$ a 8% e $\$2500,00$ a 10%.

19. Encontre a, b e c tais que a equação da parábola $y = ax^2+bx+c$ passe pelos pontos $(1,4)$, $(-1,6)$ e $(2,12)$. Resolva o sistema usando a função $\mathbf{LU}$ do `Scilab`.

Resposta: $a = 3$, $b = -1$ e $c = 2$.